

APPENDICE

METODI MATEMATICI PER L'ANALISI DI SICUREZZA NEI CANTIERI DI INGEGNERIA CIVILE

Ennio CORTELLINI

1. INTRODUZIONE

Per la gestione di un sistema capace di correlare la complessità della sicurezza con le problematiche della gestione e progettazione di opere ingegneristiche è diventato indispensabile la definizione di un algoritmo matematico-economico, eventualmente automatizzabile, capace di permettere rapide configurazioni di produzione simulata con restituzione degli effetti economici ed ergotecnici di ogni simulazione, al fine di permettere sia la scelta della soluzione ottimizzata nel binomio sicurezza-produzione che la sua confinazione e rispondenza alla legislazione legata alla sicurezza stessa.

Occorre quindi un algoritmo che permetta in fase progettuale l'individuazione, la quantificazione numericamente e la minimizzazione dei rischi, il costo dei sistemi di protezione sia collettivi che individuali. Infine anche se non in valore assoluto, ma almeno in termini relativi, tale algoritmo deve permettere il confronto numerico di due piani in modo da definire l'accettabilità dell'uno o dell'altro nel rispetto degli oneri economici e della sicurezza.

Una metodologia che può almeno in parte soddisfare tali esigenze di progetto e gestione è quella basata sulla definizione numerica del rischio.

2. CENNI SULL'ANALISI DEL RISCHIO

La novità fondamentale della Direttiva Cantieri (D.L. del 14 agosto 1996 n° 494) sta nel concepire l'analisi della sicurezza, ovvero l'analisi del rischio, come strumento finalizzato all'ottimizzazione del processo produttivo in un ambito lavorativo "sicuro".

Il termine rischio, nella comune accettazione, sta ad indicare la possibilità, e quindi la probabilità in termini matematici, che si verifichi un *evento aleatorio Indesiderato* in quanto suscettibile di determinare danni a persone, a cose, all'ambiente.

Lo scopo principale dell'analisi del rischio è dunque quello di stimare numericamente, ed il più fedelmente possibile, la probabilità associata ad un evento indesiderato e l'entità delle relative conseguenze.

2.1. Misura della probabilità dell'evento indesiderato

Nell'ambito dell'analisi del rischio associata ad una data attività occorre, in primo luogo, poter valutare la probabilità che si verifichino gli eventi avversi, detti eventi incidentali, in relazione alle diverse cause che possono determinarli.

Al di là della rigorosa definizione matematica, nell'ambito dell'analisi di rischio la probabilità di accadimento di un evento può essere assunta uguale alla frequenza media del verificarsi dell'evento stesso.

I dati di frequenza/probabilità vengono generalmente desunti dall'esperienza, ovvero dall'analisi storica; in mancanza di tali riferimenti, o nel caso di eventi associati a fasi incidentali complesse, la valutazione della probabilità di un evento dovrà essere effettuata mediante l'utilizzo di analisi probabilistiche quali la "Fault tree analysis" o la "Event tree analysis".

2.2. Misura dell'entità, magnitudo, delle conseguenze

La misura della magnitudo delle conseguenze di un evento incidentale è un problema complesso che deve essere studiato attraverso:

- l'analisi dei dati storici
- l'utilizzo di modelli di simulazione che tengano conto:
 - della specificità delle condizioni incidentali ;
 - delle condizioni fisiche al contorno (per esempio della caratterizzazione della zona dove è avvenuto l'incidente, delle persone coinvolte etc.);
 - dell'entità degli effetti sull'individuo e sull'ambiente desunti da bibliografia specializzata.

2.3. Misura dell'entità del rischio

Il rischio viene definito come una combinazione funzionale della probabilità dell'incidente e della gravità delle sue conseguenze. In particolare si definiscono:

$$\text{– Rischio collettivo, } R = \sum_i p_i \times C_i$$

dove: p_i = valore medio della frequenza o probabilità dell'evento i-esimo.
 C_i = valore medio delle conseguenze associate all'evento i-esimo.

– **Rischio individuale**, che si definisce come il rischio individuale espresso dalla probabilità che il singolo ha di subire un danno come conseguenza di tutti gli eventi indesiderati di un dato tipo, il valore del Rischio individuale si ottiene dividendo il valore del rischio collettivo per il numero di persone potenzialmente coinvolte nell'incidente.

3. IL RISCHIO NEI CANTIERI DI GENIO CIVILE

Nei processi lavorativi tipici delle attività di cantiere i rischi elementari possono essere raggruppati in quattro “categorie principali di rischio”, ovvero:

- a) rischi determinati dall'uso di sostanze e materiali nocivi, ed in particolare:
 - a1) polveri (inerti, silice, ecc.) prodotte durante scavi e /o demolizioni;
 - a2) fibre d'amianto provenienti da demolizioni;
 - a3) piombo in polvere o in vapore proveniente da lavorazioni di tubi;
 - a4) rumore proveniente dall'uso di macchinari;
 - a5) gas e fumi prodotti da saldature;
 - a6) additivi per malte;
 - a7) catrame e bitume per impermeabilizzazione;
 - a8) oli minerali per disarmanti;
 - a9) vibrazioni e scuotimenti;
 - a10) solventi e colle per le verniciature;
- b) rischi determinati da particolari tecnologie, ed in particolare:
 - b1) montaggio di strutture in calcestruzzo prefabbricato o in acciaio di grandi dimensioni;
 - b2) realizzazione di viadotti, gallerie;
 - b3) realizzazione di serbatoi sovrelevati;
 - b4) realizzazione di metanodotti;
 - b5) realizzazione di torri etc;
- c) rischi generici comunque presenti nel luogo di lavoro, ed in particolare:
 - c1) caduta dall'alto;
 - c2) crollo di pareti dello scavo;
 - c3) caduta di materiale dall'alto;
 - c4) schiacciamenti e contusioni per movimentazione manuale di carichi;
 - c5) cadute per superfici scivolose o instabili;
 - c6) impatto su oggetti o superfici pericolose;
 - c7) carenza di ossigeno (cunicoli interrati, cassoni ecc.);
 - c8) elettrocuzione;
 - c9) schiacciamento in prossimità di ponteggi o sotto il raggio d'azione degli apparecchi per il sollevamento dei carichi;
 - c10) contatti con linee elettriche aeree;
- d) rischi derivanti dall'uso delle attrezzature di lavoro, ed in particolare:
 - d1) macchinari con elementi roto-traslatori;
 - d2) macchine per la movimentazione della terra;
 - d3) apparecchi per il sollevamento dei carichi;
 - d4) autoveicoli per il trasporto dei materiali;
 - d5) macchine ed attrezzature elettriche;
 - d6) manufatti di materiale esplosivo o incendiario.

3.1. Misura della probabilità di accadimento dell'evento indesiderato

I dati di probabilità di accadimento dei singoli eventi incidentali nell'attività di cantiere sono forniti dall'INAIL, su base statistica, come "frequenze medie" di accadimento nell'arco dell'anno di riferimento.

Nell'analisi di rischio, però, assumere come probabilità di accadimento di un evento il valore desunto dalle statistiche dell'INAIL, condurrebbe ad una valutazione semplicistica, e soprattutto poco realistica del problema.

Studi specifici, infatti, dimostrano che l'andamento degli incidenti di cantiere non è costante durante l'intero periodo di attività, ma dipende fortemente dall'andamento delle fasi lavorative; a tal fine, dunque, i dati di probabilità andrebbero più correttamente "pesati" in funzione della variabile temporale facendo ricorso ad una opportuna funzione di distribuzione di probabilità.

La funzione di densità di probabilità che si suggerisce allo scopo è il profilo temporale detto a "vasca da bagno", utilizzato tipicamente come tasso di guasto istantaneo di unità tecnologiche (v. fig. 1).

In questa curva si distinguono tre fasi:

- a) fase iniziale, o fase di avviamento, con tasso di guasto/incidente inizialmente elevato ma tendente al valore minimo caratteristico della fase successiva;
- b) fase intermedia, o fase di esercizio a regime, in cui il tasso di guasto/incidente raggiunge il suo valore minimo e si mantiene costante nel tempo;
- c) fase finale, in cui il tasso di guasto/incidente si manifesta con tasso nuovamente crescente nel tempo a causa, tipicamente, dell'invecchiamento dei macchinari.

Una distribuzione temporale così fatta sembra ben adeguarsi all'andamento realistico delle probabilità di incidente tipiche dell'attività di cantiere: i dati storici, infatti, dimostrano come le probabilità di incidente si attestino, nelle primissime fasi operative delle diverse lavorazioni, sui valori massimi, e ciò presumibilmente a causa dell'iniziale inesperienza degli operatori, di errori di esecuzione e montaggio degli impianti e delle opere provvisoriale, etc.. Durante le fasi di regime del cantiere, essenzialmente in ragione della consolidata situazione di sicurezza delle opere provvisoriale e della acquisita esperienza da parte degli operatori, le probabilità di incidente decrescono nel tempo, convergendo rapidamente verso un valore pressoché costante e pari al valore minimo caratteristico delle diverse lavorazioni. La probabilità di incidenti torna invece a crescere esponenzialmente nella fase di chiusura del cantiere, quando subentrano, come cause d'incidente, l'usura dei macchinari, accelerazione dei lavori dovute alla necessità di recuperare ritardi di lavorazioni, etc..

Volendo dare una rappresentazione matematica di quanto detto, si può asserire che, in relazione alle J -esima fase lavorativa di cantiere, la relativa frequenza incidentale è pari al valore che la funzione di densità di probabilità assume nell'intervallo di durata della stessa fase, ossia:

$$f(j) = \int_{\Delta t_j} p_j(t) dt$$

La funzione di densità di probabilità si può esplicitare mediante curve di best fit. Il valore numerico della densità di probabilità si può quindi calcolare, una volta definiti gli intervalli di durata delle tre fasi caratteristiche del cantiere -iniziale, intermedia e finale-, imponendo che l'integrale della funzione sia pari al valore della frequenza incidentale media che fornisce l'INAIL. Gli intervalli di durata delle tre fasi del cantiere si possono calcolare avvalendosi della tecnica di programmazione economica "Program Evaluation Review Technique, PERT", e possono quindi essere validati mediante la "curva di probabilità standardizzata".

A tal fine consideriamo un generico cantiere, la sua durata senza incidenti può essere interpretata come una variabile aleatoria T la cui funzione di ripartizione è:

$$F(t) = \text{Prob}(0 < T < t)$$

La probabilità che non si verifichino incidenti prima dell'istante di tempo t è:

$$R(t) = 1 - F(t) = \text{Prob}(T > t)$$

Se F(t) è una funzione assolutamente continua, la densità di probabilità senza incidenti vale:

$$f(t) = dF(t)/dt$$

Mentre il tasso istantaneo incidentale è:

$$\lambda(t) = f(t)/R(t) = -1/R(t) \times dR(t)/dt$$

L'analisi storica degli incidenti dei cantieri ha dimostrato che il profilo temporale della densità di probabilità segue la curva caratteristica detta "a vasca da bagno" riportata in figura n. 1.

Analiticamente le funzioni che si avvicinano maggiormente al comportamento suindicato e riferite ai sistemi di assi cartesiani locali sono:

a) Prima fase:

$$(1) \quad y = e^{-t}$$

b) seconda fase:

$$(2) \quad y = \lambda$$

c) Terza fase:

$$(3) \quad y = e^t$$

Appare evidente che fissati i tempi di durata delle singole fasi T1, T2 è possibile scrivere le equazioni (1), (2), (3) nel sistema globale per semplice trasformazione di coordinate cartesiane, e cioè:

Prima fase:

$$(4) \quad y = e^{-t} + \lambda \cdot e^{-T1}$$

Seconda fase:

$$(5) \quad y = \lambda$$

Terza fase:

$$(6) \quad y = e^{t-T2} + \lambda - 1$$

Se indichiamo con f_a la frequenza annuale degli incidenti dovrà risultare che:

$$f_a = \int^{T1} (e^{-t} + \lambda - e^{-T1}) dt + \int^{T2} \lambda dt + \int^{T3} (e^{t-T2} + \lambda - 1) dt$$

Risolviendo l'equazione con incognita λ si ottiene:

$$\lambda = f_a [2 + (1 + T1/T3) e^{(T1/T3-1)} - e^{-(1-T2/T3)} - T2/T3]$$

allora la curva a vasca da bagno normalizzata ad 1 è

$$f = 2 + (1 + \frac{t1}{t3}) e^{(-\frac{t1}{t3})} - e^{(1-\frac{t2}{t3})} - \frac{t2}{t3}$$

Quindi si ha:

• nel tratto iniziale:

$$r = e^{(-\frac{tb}{t3})} - e^{(-\frac{ta}{t3})} + \frac{(tb - ta) (f - e^{(-\frac{ta}{t3})})}{t3}$$

• nel tratto finale:

$$r = e^{(\frac{tb}{t3} - \frac{t2}{t3})} - e^{(\frac{ta}{t3} - \frac{t2}{t3})} + \frac{(tb - ta) (f - 1)}{t3}$$

• nel tratto centrale:

$$r = f \frac{(tb - ta)}{t3}$$

In definitiva sostituendo il valore di λ nelle tre funzioni della densità di probabilità, si riesce a conoscere il suo andamento nell'arco di tempo di durata del cantiere.

Sin qui è stata condotta la ricerca matematica del tasso incidentale o meglio della funzione che definisce la sua variazione temporale conoscendo la sola frequenza media su base statistica ed assumendo come noti i tempi che scandiscono le tre fasi lavorative.

Volendo procedere nell'analisi occorre quindi determinare i detti intervalli temporali.

A tal proposito ci si avvale della tecnica di programmazione economica denominata PERT (Program Evolution Review Technique).

Considerando l'insieme delle attività lavorative necessarie alla realizzazione dell'opera suddiviso in tre sottoinsiemi ed associando ognuno di questi alle singole fasi della curva caratteristica del tasso d'incidente, la durata di dette fasi è univocamente determinata.

Se ad esempio analizziamo l'intervallo iniziale (0-T1) cioè quello della prima fase, indicando con a_i , m_i , b_i rispettivamente il tempo minimo, medio e massimo per eseguire la i -esima categoria di lavoro appartenente al sottoinsieme delle categorie lavorative della fase in esame, si ha che il tempo più probabile per eseguire il lavoro è

$$t_{e,i} = (a_i + 4 m_i + b_i) / 6$$

Quindi il tempo globale per eseguire tutte le categorie di lavoro della prima fase è:

$$TE = T1 = \sum t_{e,i} = \sum (a_i + 4 m_i + b_i) / 6$$

Poiché nel calcolo di a_i , m_i , b_i si hanno spesso delle incertezze è necessario introdurre la varianza:

$$(7) \quad \sigma^2 = ((b_i - a_i) / 6)^2$$

Se indichiamo con T_s il tempo nel quale si desidera che siano compiuti i lavori allora l'indice dal quale è possibile ricavare la percentuale di probabilità di eseguire il lavoro nei tempi fissati dalla è:

$$Z = (T_s - TE) / \sqrt{\sum \sigma^2}$$

Per poter determinare l'andamento dei rischi è quindi necessario fissare la distribuzione della densità di probabilità e per fare questo è necessario conoscendo la sola frequenza media incidentale determinare nel modo più rigoroso possibile i tempi di esecuzione dei lavori. Sarà quindi necessario procedere nel seguente modo:

- a) Si individuano i tre sottoinsiemi delle categorie di lavoro che appartengono alle tre fasi lavorative;
- b) Si calcolano i tempi necessari per la loro esecuzione e se ne valuta la probabilità, mediante la curva standardizzata, che i tempi trovati siano quelli giusti;
- c) Si calcola il valore del parametro in funzione dei tempi di fase;
- d) Si determina la densità di probabilità incidentale;
- e) Si calcolano i rischi e si progetta la sicurezza.

3.2. Valutazione delle conseguenze dell'evento indesiderato

Per quanto riguarda le valutazioni delle conseguenze da associare agli eventi avversi che si possano verificare in un cantiere, è sembrato opportuno prendere come riferimento la suddivisione in classi di conseguenze effettuata dall'I.N.A.I.L..

Le classi di conseguenze INAIL sono tre:

- incidenti mortali;
- incidenti che producono invalidità permanenti;
- incidenti che non producono invalidità permanenti;

evidentemente, queste tre classi di conseguenze individueranno tre analoghe classi di rischio.

Fig. 1. Curva della funzione di densità di probabilità del tipo a "vasca da bagno"

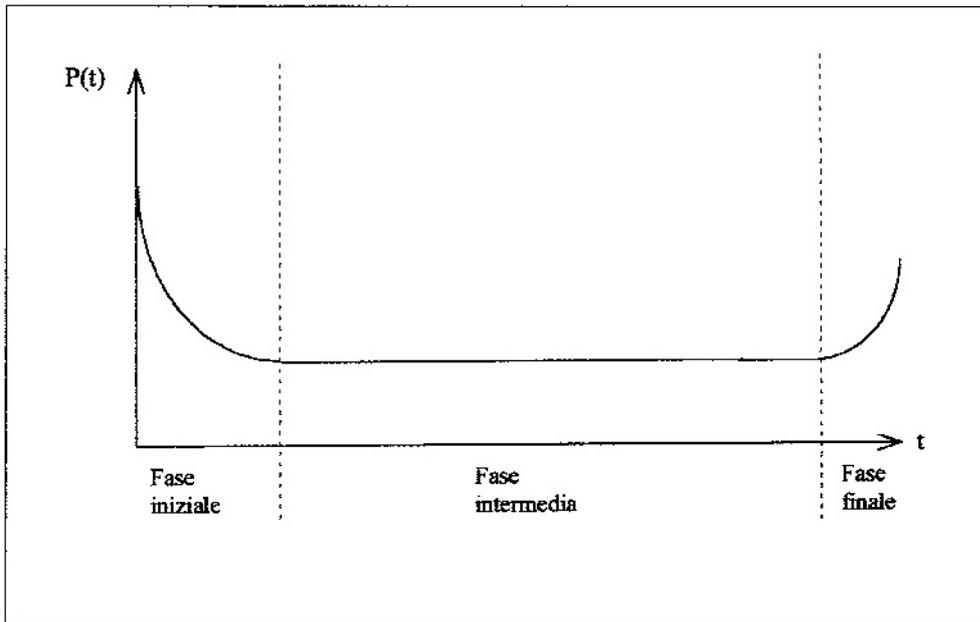
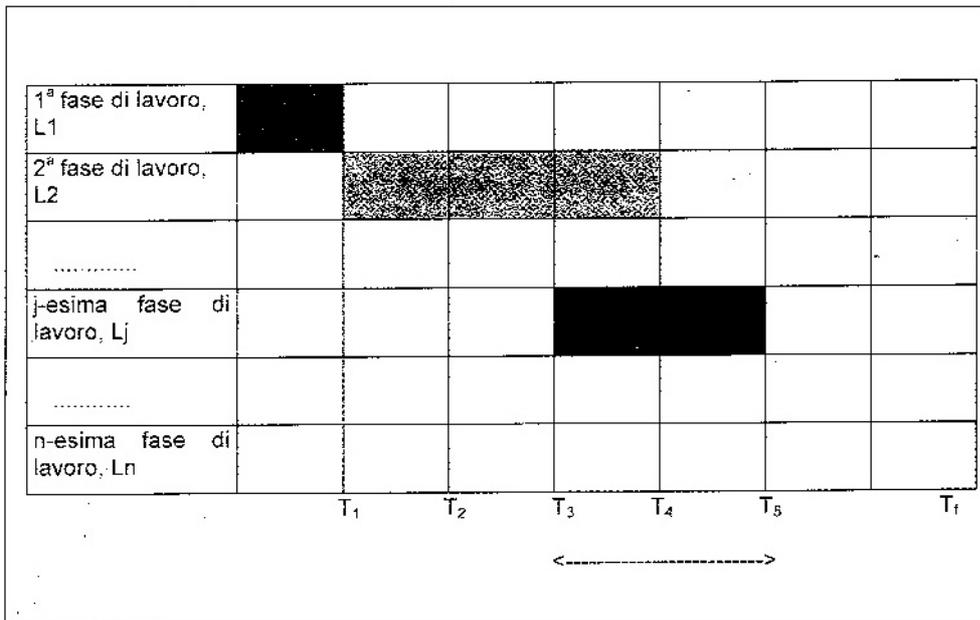


Fig. 2. Diagramma di Gantt



3.3. Algoritmo di calcolo dei rischi associati ad un cantiere

Poiché, tipicamente, un cantiere è caratterizzato dallo svolgimento contemporaneo, sul campo, di più lavorazioni anche di natura diversa, l'analisi del rischio dovrà tener conto non solo dei rischi "semplici" connessi alle singole attività lavorative considerate singolarmente ma, con altrettanta enfasi, dovrà analizzare gli eventuali rischi "indotti" derivanti dallo svolgimento contemporaneo di lavorazioni diverse.

A tal fine, sia dal punto di vista metodologico che operativo (algoritmo di calcolo), si è scelto di scindere l'analisi di rischio in due procedure distinte, che tengano conto l'una dei rischi associati alla singola categoria di lavoro, considerata indipendente dalle altre, l'altra dei rischi che provengono dall'interferenza temporale e/o logistica di due o più fasi lavorative.

3.3.1. Procedura di calcolo dei rischi associati alle singole fasi di lavoro

Trattando di cantieri, la scansione temporale e tipologica delle fasi lavorative, ossia delle categorie di lavoro, può essere facilmente effettuata mediante la costruzione del diagramma di Gantt nella quale si identificano tutte le n fasi di lavoro e le relative scansioni temporali di realizzazione.

Per ogni fase lavorativa J è possibile individuare le frequenze incidentali e le relative conseguenze avendole indicizzate in funzione delle "quattro" categorie principali di rischio e delle tre "classi di rischio" che derivano dalle analoghe "classi di conseguenze"; risulta infatti:

$$\left| f_{mj}^i \right| = \begin{bmatrix} f_{anj}^i \\ f_{bnj}^i \\ f_{cnj}^i \\ f_{dnj}^i \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \left| C_{mj}^i \right| = \begin{bmatrix} C_{anj}^i \\ C_{bnj}^i \\ C_{cnj}^i \\ C_{dnj}^i \end{bmatrix}$$

Essendo m la categoria principale di rischio variabile tra "a", "b", "c", e "d".

Il rischio associato a ciascuna delle quattro categorie di rischio è dato, in forma matriciale, da:

$$\left| R_{mj}^i \right| = \begin{bmatrix} a_{nj}^i \\ a_{nj}^i \\ a_{nj}^i \\ a_{nj}^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{anj}^i \cdot f_{anj}^i \\ C_{bnj}^i \cdot f_{bnj}^i \\ C_{cnj}^i \cdot f_{cnj}^i \\ C_{dnj}^i \cdot f_{dnj}^i \end{bmatrix}$$

Fig. 3. Istogramma dei Rischi elementari della j-esima fase di lavoro per la i-esima classe di conseguenze

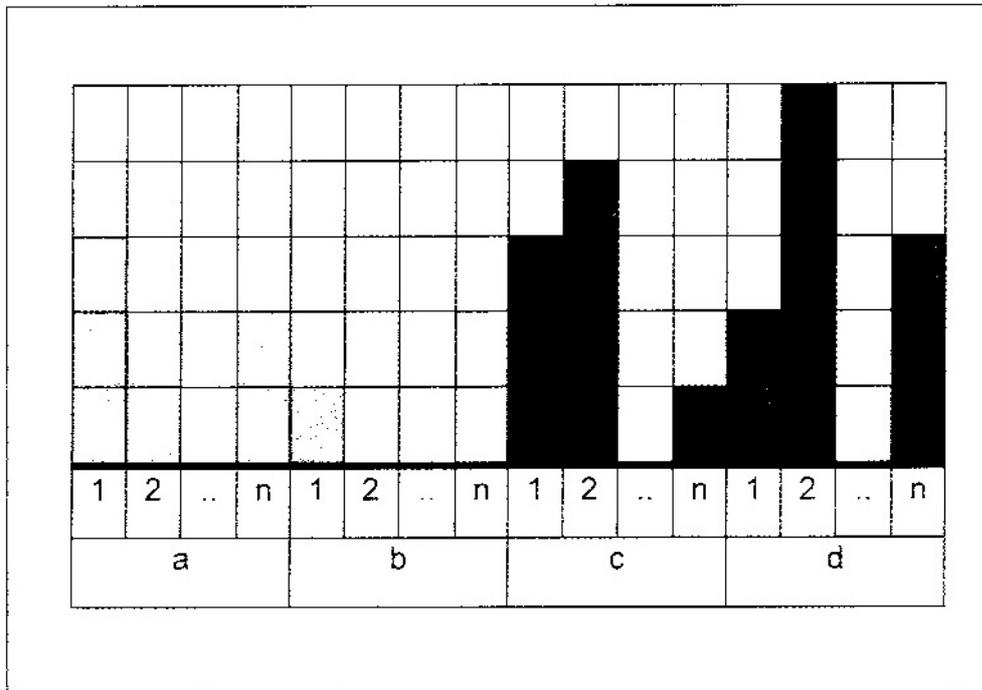
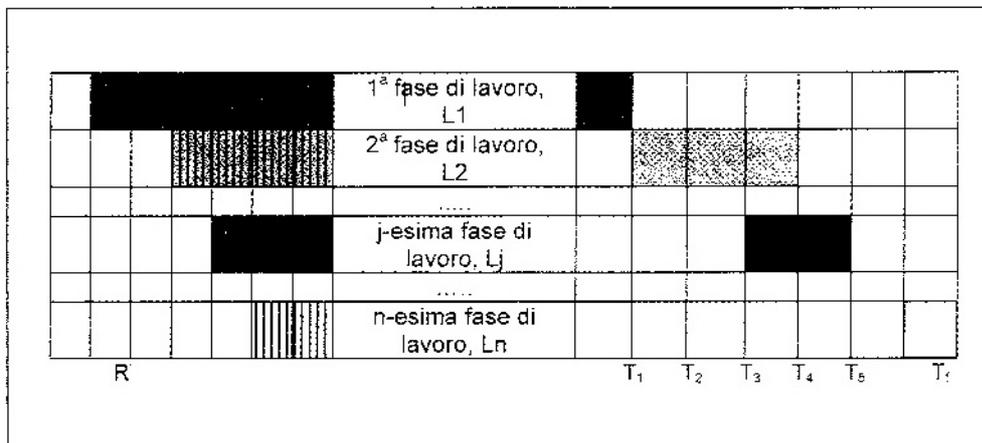


Fig. 4. Istogramma dei Rischi delle diverse fasi di lavoro in relazione alla i-esima classe di conseguenze



Per ciascuna fase lavorativa, si possono quindi definire:

- i rischi associati a ciascuna delle categorie di rischio

$$a_j = a_{j,1} \ a_{j,2} \ a_{j,3} \dots \ a_{j,n}$$

$$b_j = b_{j,1} \ b_{j,2} \ b_{j,3} \dots \ b_{j,n}$$

$$c_j = c_{j,1} \ c_{j,2} \ c_{j,3} \dots \ c_{j,n}$$

$$d_j = d_{j,1} \ d_{j,2} \ d_{j,3} \dots \ d_{j,n}$$

- il rischio associato alla i-esima classe di rischio

$$R_j^i = \sum R_{mj}^i = C_{mj}^i \ f_{mj}^i \ T = C_{an,j}^i \ f_{an,j}^i + C_{bn,j}^i \ f_{bn,j}^i + C_{cn,j}^i \ f_{cn,j}^i + C_{dn,j}^i \ f_{dn,j}^i$$

È possibile, quindi, costruire due tipi di diagrammi: il primo diagramma scandisce, per ogni singola fase lavorativa, i rischi elementari di ogni categoria principale di rischio; il secondo, sviluppato a fianco del diagramma di Gantt, fornisce una rappresentazione grafica dei valori degli R_j^i , ovvero dei rischi della J-sima fase di lavoro che ricadono nella i-esima classe di conseguenze.

Con la realizzazione di tali istogrammi, sviluppati per le tre categorie di rischio di riferimento, si perviene alla completa identificazione dei rischi correlati alle singole attività di cantiere: infatti, dal primo diagramma si possono individuare gli incidenti o rischi elementari più probabili associati alla singola fase di lavoro mentre, dal secondo istogramma, si può immediatamente individuare, tra le fasi lavorative previste, quella a maggior rischio associato.

Con lo scopo di formulare uno strumento più completo, si è proceduto ad implementare un successivo "step" del modello che sviluppa la correlazione tra i rischi associati alle diverse fasi lavorative e i possibili sistemi di protezione da prevedere "ad hoc".

A tal fine, ad ogni singolo rischio elementare si è associato il corrispondente vettore dei sistemi di sicurezza e protezione. Per la fase di lavoro L_j si ottengono, dunque, le seguenti espressioni vettoriali;

$$S_{aj} = (S_{a1j} \ S_{a2j} \ \dots \ S_{anj})$$

$$S_{bj} = (S_{b1j} \ S_{b2j} \ \dots \ S_{bnj})$$

$$S_{cj} = (S_{c1j} \ S_{c2j} \ \dots \ S_{cnj})$$

$$S_{dj} = (S_{d1j} \ S_{d2j} \ \dots \ S_{dnj})$$

Fig. 5. Identificazione dei sistemi di protezione per la j-esima fase di lavoro in relazione ai rischi ricadenti nella i-esima classe di conseguenze

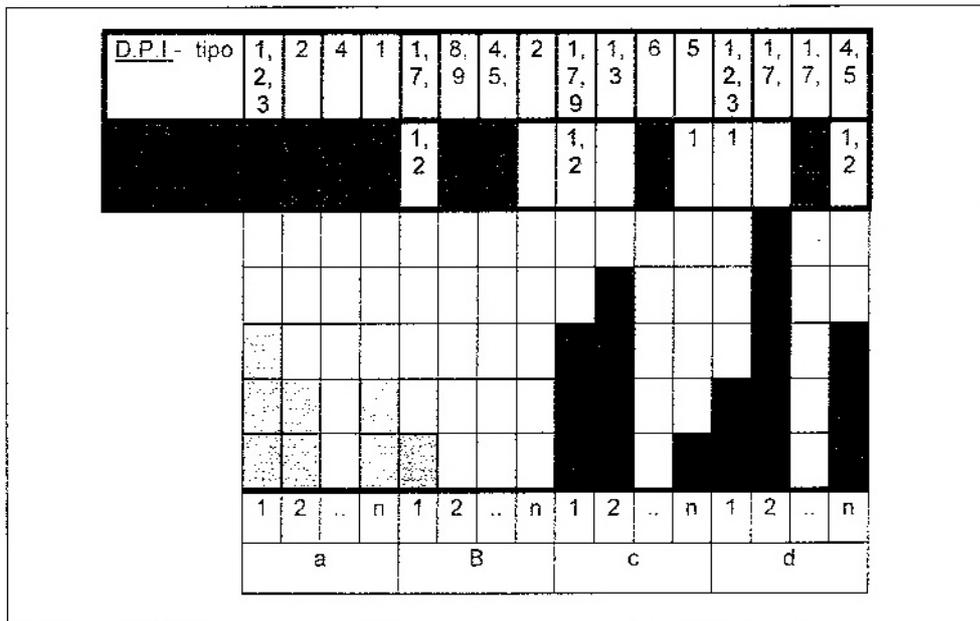
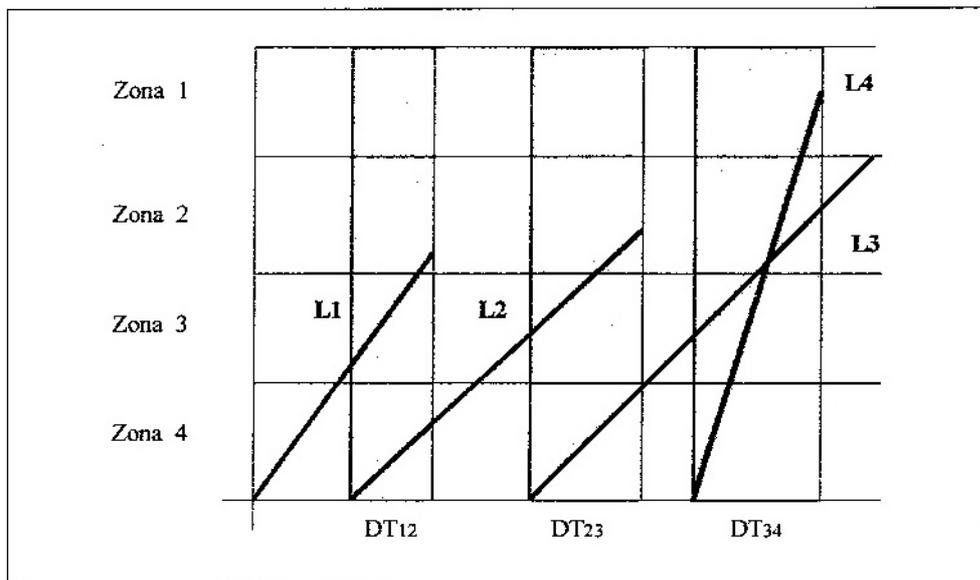


Fig. 6. Diagramma di interferenza spazio-temporale di diverse attività lavorative



Tali espressioni possono essere ulteriormente suddivise in due sottosistemi elementari, ossia:

$[S_{aj}]_{D.P.I.}$ = Insieme dei dispositivi di protezione individuali

$[S_{aj}]_{D.P.C.}$ Insieme dei dispositivi di protezione collettivi

Graficamente, l'associazione di tale rappresentazione al diagramma dei rischi elementari riportato in fig. 3, consente l'immediata identificazione dei sistemi di sicurezza e protezione da predisporre sul cantiere in relazione al singolo rischio elementare da affrontare.

3.3.2. Procedura di calcolo dei rischi derivanti dall'interferenza tra fasi lavorative diverse

Se il diagramma di Gantt risulta ausilio irrinunciabile per permettere la scansione delle fasi lavorative di un cantiere, dando anche conto delle eventuali sovrapposizioni temporali delle diverse fasi lavorative, non risulta essere uno strumento completamente efficace per definire l'esistenza di eventuali sovrapposizioni spaziali tra due o più fasi di lavoro. Infatti, non è sempre immediato intuire, dalla sola lettura del Gantt, se l'interferenza temporale di più fasi lavorative generi una interferenza nello spazio che possa causare l'insorgere di nuovi rischi o, più semplicemente, il trasferimento di rischi specifici di una certa attività su di un'altra, non garantendo, quindi, una corretta analisi dei rischi globali del cantiere stesso.

All'individuazione delle sovrapposizioni spaziali fra categorie di lavoro si può pervenire attraverso la costruzione di un diagramma dei tempi delle fasi lavorative realizzato come mostrato in fig. 6: in tale schema, la presenza in un stessa casella di più linee rappresentative di fasi lavorative diverse indica interferenza delle fasi sia nel tempo che nello spazio.

In caso di sovrapposizione spaziale di più fasi, l'analisi dei rischi deve permettere di verificare se, per ogni singola attività, possano insorgere nuovi rischi trasferiti su di essa dalle altre fasi. La verifica di sicurezza consentirà, inoltre, di verificare che i DPI o i DPC già previsti per la singola fase di lavoro coprano anche i suddetti rischi indotti.

L'elaborazione matriciale dell'analisi di trasferimento dei rischi per interferenze di fasi lavorative si può effettuare come descritto nel seguito.

Si considerino due categorie di lavoro L_j ed L_q che si sovrappongono nello spazio e nel tempo. Le espressioni matriciali che rappresentano i rischi associati alle due fasi lavorative saranno:

$$|R_{m,j}^i| = \begin{vmatrix} a_{m,j}^i \\ b_{m,j}^i \\ c_{m,j}^i \\ d_{m,j}^i \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{1,j}^i & a_{2,j}^i & a_{3,j}^i & \dots & a_{n,j}^i \\ b_{1,j}^i & b_{2,j}^i & b_{3,j}^i & \dots & b_{n,j}^i \\ c_{1,j}^i & c_{2,j}^i & c_{3,j}^i & \dots & c_{n,j}^i \\ d_{1,j}^i & d_{2,j}^i & d_{3,j}^i & \dots & d_{n,j}^i \end{vmatrix}$$

$$|R_{m,q}^i| = \begin{vmatrix} a_{m,q}^i \\ b_{m,q}^i \\ c_{m,q}^i \\ d_{m,q}^i \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{1,q}^i & a_{2,q}^i & a_{3,q}^i & \dots & a_{n,q}^i \\ b_{1,q}^i & b_{2,q}^i & b_{3,q}^i & \dots & b_{n,q}^i \\ c_{1,q}^i & c_{2,q}^i & c_{3,q}^i & \dots & c_{n,q}^i \\ d_{1,q}^i & d_{2,q}^i & d_{3,q}^i & \dots & d_{n,q}^i \end{vmatrix}$$

ove i è la i -esima classe di rischio.

La matrice $|T_{j,q}^i|$, detta "matrice di trasferimento dei rischi" e ottenuta per differenza tra le due di partenza, potrà essere scritta:

$$|T_{j,q}^i| = |R_{m,j}^i| - |R_{m,q}^i| = \begin{vmatrix} a_{m,j}^i & a_{m,q}^i \\ b_{m,j}^i & b_{m,q}^i \\ c_{m,j}^i & c_{m,q}^i \\ d_{m,j}^i & d_{m,q}^i \end{vmatrix}$$

Con riferimento ai valori assunti dai rischi elementari, possono verificarsi i seguenti casi:

1) $a_{m,j}^i = a_{m,q}^i$; $|T_{j,q}^i| = 0$

L'espressione matriciale deve essere interpretata nel seguente modo: se la differenza fra le componenti elementari è nulla, ciò corrisponde alla situazione reale

in cui lo specifico rischio è stato valutato per tutte e due le categorie di lavoro. Di conseguenza, si può ritenere che la sovrapposizione delle fasi lavorative L_j e L_q non introduca rischi diversi da quelli già emersi nelle valutazioni di rischio fatte per le singole fasi e, quindi, gli approntamenti di sicurezza previsti sul cantiere risultano sufficienti.

$$2) a_{m,j}^i - a_{m,q}^i < 0; |T_{j,q}^i| < 0$$

l'espressione matriciale deve essere interpretata nel seguente modo: se la differenza fra le componenti elementari è minore di zero, ciò corrisponde alla situazione reale in cui il generico rischio elementare a_i della categoria di lavoro L_q si è trasferito sulla categoria di lavoro L_j .

$$3) a_{m,j}^i - a_{m,q}^i < 0; |T_{j,q}^i| > 0$$

l'espressione matriciale deve essere interpretata nel seguente modo: se la differenza fra le componenti elementari è maggiore di zero, ciò corrisponde alla situazione reale in cui il generico rischio elementare a_i della categoria di lavoro L_j si è trasferito sulla categoria di lavoro L_q .

Per una visione immediata dei rischi trasferiti e del verso di trasferimento si possono graficare i risultati numerici provenienti dall'analisi matriciale; a tal fine, è necessario definire quantitativamente la probabilità con cui, per esempio, il rischio elementare della fase di lavoro L_q si trasferisce sulla fase L_j .

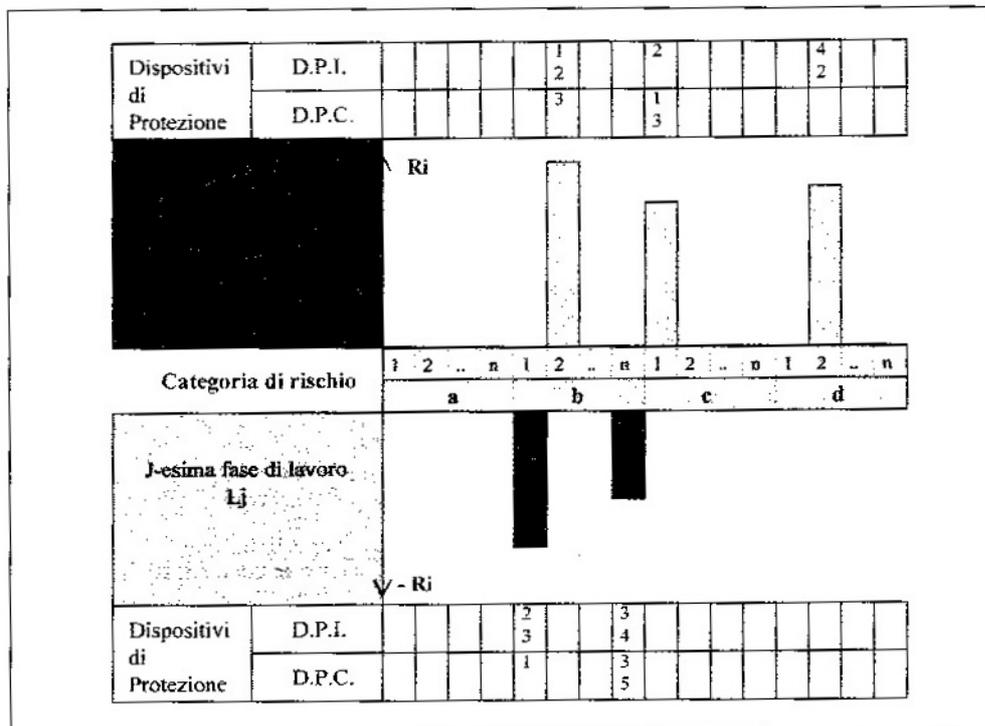
In questo caso può utilizzarsi la probabilità condizionata associata all'intersezione dei due insiemi di rischi:

$$P(L_q / L_j) = [P(L_q \cap L_j)] / P(L_j)$$

da cui si deduce che, per conoscere la probabilità con cui il rischio elementare della fase di lavoro L_q si trasferisce sulla fase L_j , basta conoscere la probabilità di accadimento di L_q . Il conseguente rischio R_j si ottiene dunque associando al valore di probabilità dell'evento in L_q il valore delle relative conseguenze c_j (comunque, numericamente, sempre diverso da 0).

Potendo quindi valutare i valori numerici di probabilità e conseguenze, è possibile creare il grafico riportato in fig. 7, dal quale, per tutte le coppie di fasi di lavoro in sovrapposizione temporale e spaziale, si possono evincere i rischi trasferiti dall'una all'altra e, contestualmente, verificare l'adeguatezza dei sistemi sicurezza e di protezione inizialmente previsti.

Fig. 7. Grafico dei rischi trasferiti



3.4. Livelli di sicurezza indipendenti dai dati statistici

Poiché allo stato attuale delle cose, la raccolta dati incidentali non è certamente esaustiva delle esigenze numeriche del modello, è possibile ricorrere a dei dati statistici consolidati quali quelli legati ai "grandi rischi".

Le matrici di rischio industriale individuano quattro livelli di probabilità e livelli di conseguenze associate all'evento indesiderato.

Per definire della probabilità incidentale, ci sembra ovvia l'estrapolazione concettuale che deriva dagli alti rischi, quindi riportiamo nella tabella che segue, quanto già noto in letteratura:

Probabilità	
Descrizione	Valore numerico
Alta	1/1000
Media	1/10000
Bassa	1/100000
Bassissima	1/1000000

I valori assunti per la valutazione delle conseguenze, necessita invece di un chiarimento concettuale. Più precisamente in questa analisi di rischio la gravità delle conseguenze non viene indicata qualitativamente cioè differenziando i livelli di gravità in funzione del tipo di incidente (mortale, con inabilità permanente, temporanea).

Infatti tale distinzione è già stata fatta nell'impostazione del modello matematico in virtù del principio che le conseguenze associate ad un evento dannoso, per poter essere inserite nella valutazione numerica del rischio devono appartenere a delle classi omogenee.

Quindi nell'ambito delle classi omogenee, vanno indicati il livelli di conseguenza che individuano la gerarchia della gravità.

Da tutto ciò deriva che la gravità delle conseguenze deve essere indicata da dei valori numerici correlati al numero delle persone esposte ovvero come frazione di esso. In questo modo si ottiene la seguente tabella:

Conseguenze per le tre classi di rischio	
Descrizione	Valore numerico
Gravissimo	100%
Grave	75%
Lieve	50%
Inesistente	25%

Vediamo ora il comportamento numerico della combinazione funzionale dei valori delle suddette tabelle. Sviluppando tutti i possibili prodotti si ottiene la seguente distribuzione numerica:

0,02
0,015
0,01
0,005
0,002
0,0015
0,001
0,0005
0,0002
0,00015
0,0001
0,00005
0,00002
0,000015
0,00001
0,000005

Per una più immediata comprensione moltiplichiamo ciascun valore per 100.000 ed otteniamo la nuova tabella :

4000
3000
2000
1000
400
300
200
100
40
30
20
10
4
3
2
1

Nell'ambito di questa riusciamo ad individuare quattro soglie di rischio che identificano concettualmente quattro livelli di attenzione da porre in essere durante i lavori :

- 1° livello di rischio: valore compreso tra 1 e 9
- 2° livello di rischio: valore compreso tra 10 e 99
- 3° livello di rischio: valore compreso tra 101 e 999
- 4° livello di rischio: valore superiore a 1000

È doveroso evidenziare che il numero delle persone preso in considerazione è pari a quello della squadra tipo che può variare da un minimo di due individui ad un massimo di quattro. Ebbene se si sviluppano i prodotti suddetti, (considerando prima la squadra tipo di 2 uomini, poi quella da 3 ed infine quella da quattro) si osserva che i livelli di rischio individuati rimangono invariati mentre ovviamente i valori interni ad ogni classe di rischio aumentano proporzionalmente.

Al contrario se si aumenta il numero delle squadre tipo, i valori di rischio che emergono sono tali da spostare le soglie di sicurezza classificando la fase lavorativa nell'ambito della classe di rischio immediatamente più alto .

È evidente quindi che il modello numerico proposto non solo riesce a determinare tutti le elaborazioni proposte nel paragrafo precedente ma in aggiunta consente di far evolvere in funzione del processo di programmazione dei lavori, i livelli di rischio associati alla peculiarità di ogni cantiere.

In definitiva vengono individuati i seguenti livelli di rischio:

RISCHIO ALTISSIMO $R > 999$

RISCHIO ALTO $100 < R < 999$

RISCHIO MEDIO $10 < R < 99$

RISCHIO BASSO $R < 10$

in corrispondenza dei quali occorrerà stabilire dei rispettivi livelli di attenzione.